

采用定长节点分类窗口的低误码平台 LT 编码算法

宋鑫¹, 程乃平², 倪淑燕², 廖育荣², 雷拓峰¹

(1. 航天工程大学研究生院, 北京 101416; 2. 航天工程大学电子与光学工程系, 北京 101416)

摘 要: 为了解决传统 LT 码在加性白高斯噪声 (AWGN) 信道中存在高误码平台的问题, 提出了一种改进的编码算法。该算法利用定长分类窗口标记度数值相对较小的信息节点, 并使这些节点频繁地参与编码过程, 从而使其获得足够高的可靠性。为设计最优的算法参数组合, 首先, 分析了 LT 码的误比特率 (BER) 性能和误码平台的成因, 引入理论 BER 下界作为第 1 个约束条件。其次, 设计了外信息增益损失比 (GLR) 以衡量算法的收敛性, 并将最大化 GLR 值作为第 2 个约束条件。最后, 分析了不同参数对算法效率和编码复杂度的影响, 指出了参数的优先选取原则, 并作为第 3 个约束条件。仿真结果表明, 与传统 LT 码相比, 所提算法可将误码平台降低 3 个数量级; 此外, 所提算法也能够实现优于对比 LT 码的 BER 性能。

关键词: 信道编码; 喷泉码; 收敛性; 误比特率

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2021155

Low error floor LT coding algorithm by using fixed-length node classification window

SONG Xin¹, CHENG Naiping², NI Shuyan², LIAO Yurong², LEI Tuofeng¹

1. Department of Graduate Management, Space Engineering University, Beijing 101416, China

2. Department of Electronic and Optical Engineering, Space Engineering University, Beijing 101416, China

Abstract: To solve the problem of high error floor for LT codes in additive white Gaussian noise (AWGN) channels, an improved coding scheme was designed. A fixed-length classification window was used to sort out the information nodes with relatively small degrees. Then these nodes would be forced to participate in the coding process frequently, so that they could obtain sufficiently high reliability. To design the optimal parameters, firstly, the bit error rate (BER) performance of LT codes and the cause of the error floor were analyzed, and the theoretical BER lower bound was introduced as the first constraint. Secondly, the extrinsic information gain loss ratio (GLR) was designed to measure the convergence behavior of the improved LT code, and maximizing the GLR was denoted as the second constraint. Finally, the influence of different parameters on algorithm efficiency and coding complexity were analyzed, and the principle of priority selection of parameters was pointed out as the third constraint. The simulation results show that compared with the conventional LT code, the proposed algorithm can reduce the error floor by nearly three orders of magnitude. Besides, the designed LT code outperforms the existing LT codes in literature in terms of bit error rate (BER) performance.

Keywords: channel coding, fountain code, convergence, bit error rate

收稿日期: 2021-03-18; 修回日期: 2021-06-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61805283)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (No.61805283)

1 引言

喷泉码^[1]最初是针对二进制删除信道 (BEC, binary erasure channel) 设计的, 旨在为大规模数据分发和可靠广播场景提出一种理想的解决方案^[2]。以 LT 码^[3]为代表的喷泉码, 具有天然的信道自适应特性, 可以灵活地产生任意数量的编码符号。因此, 无论信道删除概率多大, 发送端总能源源不断地产生编码数据直到译码器恢复出源数据。这使得它非常适合应用于传输视频、音频的广播场景^[4]、协作中继场景^[5]、水声通信场景^[6]和自由空间光通信场景^[7]等。

尽管喷泉码最初是面向 BEC 进行设计的, 但其在加性白高斯噪声 (AWGN, additive white Gaussian noise) 信道中也具有潜在的应用前景^[8-9]。文献[10]研究结果表明, LT 码在二进制对称信道 (BSC, binary symmetric channel) 和 AWGN 信道中存在明显的误码平台。文献[11-14]考虑通过优化校验度分布来改善误码平台。文献[11]给出了一种在二进制输入 AWGN (BIAWGN, binary input AWGN) 信道中设计 LT 码校验度分布的方法, 即以最大化 LT 码的码率值为目标函数, 以校验节点每次迭代输出的消息值递增为约束条件, 采用线性规划的方法求解出最优的度分布系数。文献[12]针对极低信噪比条件提出了一种改进的度分布设计方式。文献[13]给出了一种适用于大范围信噪比的度分布函数策略, 主要思想是根据信道状态信息 (CSI, channel state information) 的变化及时调整至最合适的度分布函数以保持足够高的码率效率。文献[14]针对系统 LT 码, 引入了误比特率 (BER, bit error rate) 下界作为新的约束条件, 实现了以更小的译码开销进入瀑布区的效果。

但是, 在 BIAWGN 信道中, 优化校验度分布函数对降低误码平台的效果有限, 特别是在码长较短时。在利用线性规划方法设计度分布时, 往往考虑的都是无限码长和甚高迭代次数时的理想状态。因此, 所设计的度分布一般只在码长较长时才能表现出优良的渐进性能, 但对中短码长 BER 性能的改善效果却十分有限。

针对上述问题, 本文暂不考虑优化度分布的问题, 而是试图通过改进 LT 码的编码算法来提升其 BER 性能。文献[15]指出误码平台主要是由不可靠的小度数值信息节点造成的, 这些节点没有连接至

足够多的校验节点, 因此, 被成功恢复的概率更低。为此, 文献[15]提出了一种改进的编码算法: 对信息节点按照度数值大小进行分类, 并迫使校验节点优先从度数最小的一类信息节点中选取。这种算法几乎完全消除了小度数值的信息节点, 并使几乎所有信息节点具有了相同的度数。文献[16]则将文献[15]的编码思想应用到了不等差错保护场景中, 以略微增加译码开销为代价, 将最重要比特 (MIB, most important bit) 的 BER 平台降低了将近 3 个数量级。文献[17]提出的改进算法在校验节点选择每个信息节点时, 都先从所有的信息节点中随机选取 T 个节点作为一组, 然后再从这一组中选择度数最小的信息节点进行连接。需要说明的是, 文献[17]的改进算法对 BER 性能的提升程度取决于额外引入的参数 T , 但是没有给出关于该参数的严谨设计方法。相较于文献[17], 文献[18]的改进算法则引入了更多的参数, 如衡量校验节点度数值大小的参数 d^* 。若当前校验节点的度数大于 d^* , 则将优先连接至小度数值的信息节点; 若度数小于 d^* , 则仍从所有的信息节点中随机选取; 若度数等于 d^* , 则依据预先给定的权重确定选取方法。仿真结果显示, 这几种改进算法在 BEC 或者 AWGN 信道中都能够使 LT 码更快地进入 BER 瀑布区, 并能显著地降低误码平台。

但是这几种改进算法也存在下述问题: 1) 没有给出算法所涉及参数的优化设计方法; 2) 算法可达的 BER 性能不具备可调控性; 3) 算法设计中没有考虑信道条件的约束。

针对上述问题, 本文设计了一种面向 AWGN 信道的改进 LT 编码算法, 主要思想是引入节点分类窗口对编码过程进行直接操控, 利用该窗口标记度数值相对较小的信息节点, 并强迫这些节点频繁地连接至校验节点, 从而使其获得足够可靠的度数值。本文主要工作是建立了最优参数设计模型。首先, 分析了移除小度数值信息节点后的 LT 码 BER 性能, 并将理论 BER 下界作为算法参数的第 1 个约束条件。其次, 分析了改进算法的收敛性, 设计了参数外信息增益损失比 (GLR, gain loss ratio), 并将最大化 GLR 值作为第 2 个约束条件。最后, 分析了不同算法参数对编码效率和编码复杂度的影响, 指出了参数的优先选取原则, 并将其作为第 3 个约束条件。仿真结果显示, 本文的改进算法能够显著地降低 LT 码的误码平台, 获得了比传统

LT 码和文献[15,17]的改进 LT 码更优的 BER 性能, 证明了算法的可行性。

2 误码平台分析及改进的 LT 编码算法

2.1 传统 LT 码模型

对于传统 LT 码, 编码器会对 K 个信息节点 $v = \{v_1, v_2, \dots, v_K\}$ 进行编码, 生成 N 个校验节点 $c = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$, 且 N 个编码节点与校验节点一一相连。LT 码的 Tanner 如图 1 所示。

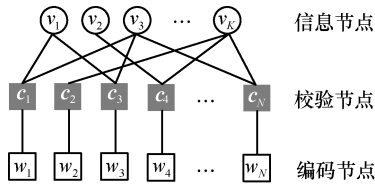


图 1 LT 码的 Tanner

如图 1 所示, 定义每个校验节点连接的信息节点的个数为该校验节点的度数值, 同理, 每个信息节点连接的校验节点的个数为该信息节点的度数值。例如, 校验节点 c_1 的度数值为 2, 信息节点 v_3 的度数值为 3。此外, 定义校验节点的度分布函数为 $\Omega(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \Omega_j x^j$, 其中, Ω_j 表示度数为 j 的校验节点出现的概率, d_c 表示校验节点的最大度数值。定义信息节点度分布为 $A(x) = \sum_{i=0}^{d_v} A_i x^i$, 其中, A_i 表示度数为 i 的信息节点出现的概率, d_v 表示信息节点的最大度数值。尽管 LT 码是无速率码, 但仍定义其瞬时码率值为 $R = K/N$ 。为便于后文分析, 此处给出传统 LT 码的编码算法, 如算法 1 所示。

算法 1 传统 LT 码的编码算法

初始化 给定 K 个信息节点 $v = \{v_1, v_2, \dots, v_K\}$, 待生成校验节点个数 N 和校验度分布函数 $\Omega(x)$, 记 $n=1$ 。

1) 依据度分布函数 $\Omega(x)$ 选择当前校验节点的度数值 d 。

2) 从 K 个信息节点中, 随机选取 d 个。

3) 将上述 d 个信息节点的值进行异或, 作为第 n 个校验节点的值。

4) 令 $n=n+1$ 。若 $n < N$, 则返回步骤 1); 若 $n = N$, 则结束编码, 并输出 N 个校验节点 $c = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ 。

尽管每个校验节点的度数是依据校验度分布生成的, 但可以求得每个校验节点的平均度数为 $\beta = \sum_{j=1}^{d_c} \Omega_j j$, 则每个信息节点的平均度数值为 $\alpha = N\beta/K$ 。信息度分布函数的系数 A_i 为

$$A_i = \binom{N}{i} \left(\frac{\beta}{K} \right)^i \left(1 - \frac{\beta}{K} \right)^{N-i} \quad (1)$$

根据文献[11]可知, 传统 LT 码的信息度分布可以看作以 α 为均值的泊松分布, 即

$$A_i \approx \frac{\alpha^i}{i!} e^{-\alpha} \quad (2)$$

如图 1 所示, 在信息节点和校验节点之间任选一条边, 定义该条边连接到度数为 j 的校验节点的概率为 ρ_j , 连接到度数为 i 的信息节点的概率为 λ_i 。

在此基础上, 进一步定义校验节点边的度数分布为 $\rho(x) = \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j x^{j-1}$, 信息节点边的度数分布为 $\lambda(x) =$

$\sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i x^{i-1}$ 。其中, 系数 ρ_j 和 λ_i 的计算方法如下^[19]

$$\lambda_i = \frac{i A_i K}{K \sum_{i=1}^{d_v} i A_i} = \frac{i A_i}{\sum_{i=1}^{d_v} i A_i} \quad (3)$$

$$\rho_i = \frac{j \Omega_j N}{N \sum_{j=1}^{d_c} j \Omega_j} = \frac{j \Omega_j}{\sum_{j=1}^{d_c} j \Omega_j} \quad (4)$$

2.2 LT 码的误码平台分析

传统 LT 码在生成度数为 d 的校验节点时, 随机选取 d 个信息节点进行异或, 在这种方式下得到的信息节点度分布近似服从泊松分布。然而, 从式(1)和式(2)可以看出, 即使 α 足够大, 小度数值信息节点 (包括度数为 0 的节点) 存在的概率仍不为零。因此, 可以预测, 在大量重复实验下, 必然还会出现一定数量的小度数值信息节点, 这些节点所连接的校验节点很少, 在译码过程中往往无法获得足够多的来自校验节点的对数似然比 (LLR, log-likelihood ratios) 信息, 因此, 很难对自身的比特值进行正确判决, 可靠性较低。

针对这个问题, 可以考虑改进编码算法以消除小度数值的信息节点, 进而提升 LT 码的 BER 性能。这一结论可以利用 LT 码的 BER 下界计算式进行验证。文献[15]指出, 在二元输入加性白高斯噪声

(BIAWGN, binary input AWGN) 信道中, LT 码的平均 BER 的下界可表示为

$$P_e \geq \sum_{i=1}^{d_v} A_i Q\left(\frac{\sqrt{i\sigma_{L_{ch}}^2}}{2}\right) \quad (5)$$

其中, $\sigma_{L_{ch}}^2$ 是高斯信道的 LLR 信息的方差, $Q(\cdot)$ 是标准正态分布的右尾函数。

从式(5)可以看出, LT 码的 BER 下界只与信息节点的度分布有关, 因此, 在设计改进的编码算法时, 一般只需要考虑信息节点的分布情况即可。为了观察小度数信息节点对 LT 码误码平台的影响, 分别移除了度数为 1, 度数为 1、2, 度数为 1、2、3 的信息节点, 并计算其各自的 BER 下限, 结果如图 2 所示。仿真采用的码率值为 $R=1/2$, 度分布为文献[20]中 $K=512$ 设计的校验度分布, 记为 $\Omega(x)$ 。

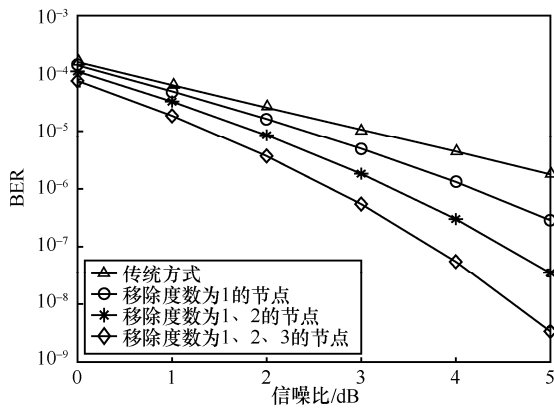


图 2 移除低度数信息节点后的 LT 码 BER 下界

从图 2 可以看出, 移除度数为 1、2、3 的信息节点后, 信噪比为 5 dB 的 BER 比传统算法低了将近 3 个数量级, 这验证了通过改进编码算法降低误码平台的可行性。需要说明的是, 图 2 中的计算结果是针对码长逼近无限长时的情况, 因此, 当采用中短码长时, 实际的 BER 性能可能会有所损耗, 且码长越短, 与理论 BER 下限之间的差距越大。

2.3 改进的 LT 编码算法

在实际应用中, 为了确保每个信息节点都能正确恢复, 并非直接删除小度数值信息节点, 往往是通过控制编码过程使每个信息节点都获得足够大的度数值。例如, 文献[15-17]中的改进算法会记录并及时更新信息节点的度数值, 并强迫小度数值的信息节点优先参与编码进程。但是, 上述几种算法也存在 2 点不足。1) 无法设立预期可达的 BER 标

准。换言之, 上述文献只是设计了一类优化的信息节点选取规则, 当给定编码参数后, 算法所生成的信息节点度分布随之确定, 即算法的 BER 下界随之确定且无法灵活调整。2) 没有考虑信道条件的约束。从式(5)可以看出, LT 码的 BER 下界受到信道参数 $\sigma_{L_{ch}}^2$ 的约束, 即与 BIAWGN 信道的方差有关。但是, 上述改进算法在优化信息度分布时并没有将信道状态信息的影响考虑在内, 这可能造成非最优匹配的编码结果。

为了克服上述问题, 本文拟设计一种改进的 LT 编码算法, 如算法 2 所示。考虑以更直接的控制方式, 即引入长度为 T_v 的节点分类窗口 W , 用于存储可靠性较低的信息节点, 然后强迫窗口内的节点频繁地参与校验节点的生成, 直至这些信息节点具备较高的度数值和可靠性, 便可暂时地脱离该窗口。具体而言, 将编码过程分为 2 个阶段。第 1 阶段仍然采用传统方式进行, 确保所有的信息节点获得初始度数值, 以便于开启第 2 阶段的编码进程。在第 2 阶段, 节点窗口内存储度数值位于前 T_v 类的信息节点并动态更新, 该编码阶段内生成的校验节点都将只能从此窗口中选取信息节点。假设待生成校验节点总数为 N , 第 1 阶段的校验节点个数为 N_p , 第 2 阶段的校验节点个数为 N_s , 且满足 $N_p + N_s = N$ 。令节点窗口长度为 T_v 。

算法 2 改进的 LT 编码算法

初始化 给定 K 个信息节点 $v = \{v_1, v_2, \dots, v_K\}$

和校验度分布函数 $\Omega(x)$, 令所有信息节点构成的集合为 V , 记 $n=1$ 。

1) 采用算法 1 进行编码, 生成 N_p 个校验节点, 记 $n = N_p$ 。

2) 更新所有信息节点的度数值并进行分类, 将度数值位于前 T_v 类的信息节点存储至窗口 W 中, 记录窗口中的节点个数为 ζ 。

3) 依据度分布函数 $\Omega(x)$ 生成当前校验节点的度数值 d 。

4) 如果当前度数值 d 小于 ζ , 则从窗口 W 中随机选取 d 个信息节点; 如果 d 大于 ζ , 则选中窗口 W 中的所有信息节点, 并再从集合 V 中随机选取 $d-\zeta$ 个信息节点。

5) 将选中的 d 个信息节点进行异或, 作为当前校验节点的值。

6) 令 $n = n + 1$ 。若 $n < N$, 则返回步骤 2); 若

$n = N$, 则结束编码, 并输出 N 个校验节点 $c = \{c_1, c_2, \dots, c_N\}$ 。

本文所提出的改进算法的优点如下。

1) 度数值相对较小的信息节点能够被优先选取。算法 2 引入节点窗口, 在第 2 阶段的每个校验节点生成之前, 将所有可靠性较低, 即度数值相对较小的信息节点汇聚在一起, 从而使这些节点能够始终优先连接至更多的校验节点。

2) 能够灵活地调整 BER 下界。算法 2 可以通过调整窗口的长度 T_v , 调整改进算法能够达到的 BER 下限。这可以利用极限思维分析: 若 T_v 足够大, 则所有的信息节点都将被置于窗口中且被无差别地选取, 改进算法将退化为传统的编码算法, 且仍然保持较高的误码平台; 若 T_v 的值较合理, 则度数值相对较小的信息节点就能始终被高概率地选取, 从而实现更低的误码平台。

需要说明的是, 对某个信息节点而言, 其是否会位于窗口内并非固定不变的, 而是取决于其度数值的相对大小。这意味着, 某个度数值足够大的信息节点跳出窗口外后, 并非会一直保持在窗口外。随着编码过程的进行, 若其度数值又处于前 T_v 类时, 便又将重新回到该窗口内, 等待被编码。

2.4 改进算法的复杂度分析

相较于传统算法, 本文算法增加了分类信息节点的操作, 因而不可避免地增加了算法的复杂度, 本节将对其进行详细分析。

传统 LT 编码算法的关键步骤包括: 1) 依概率选取校验度数 d ; 2) 随机选取 d 个信息节点; 3) 将选中的 d 个信息节点进行异或。对比算法 2 可知, 本文算法主要对传统算法的步骤 2) 进行了改动, 而在选取校验度数和求异或值时, 与传统算法完全相同。因此, 本节重点分析信息节点的选取方式对编码复杂度的影响。

在算法 2 中, 每个校验节点选取信息节点时, 新增操作为节点按度数值大小排序、度数值 d 和窗口内节点个数大小比较。类似地, 文献[15]中的改进算法增加的操作为节点按度数值大小排序、度数值 d 和每种度数节点个数大小比较。文献[17]的改进算法增加的操作为随机选取 T 个节点、节点按度数值大小排序、已选信息节点和当前所选信息节点的序号比较。表 1 给出了上述几种算法在生成 N 个校验节点时所产生的新增操作及其次数。

表 1 几种算法生成 N 个校验节点时的新增操作对比

编码操作	排序/次	数值比较/次	随机选取/次
传统算法	0	0	N
本文算法	$N-1$	$N-1$	N
文献[15]算法	$N-1$	$N-1$	N
文献[17]算法	$N\beta$	$N(\beta-1)$	$N\beta$

对 3 种改进算法而言, 生成每个校验节点时需对信息节点按度数值大小进行排序, 这必然会增加编码复杂度。以归并排序算法为例, 在本文算法和文献[15]算法中, 其平均时间复杂度均为 $O(K \ln K)$ 。因此, 本文算法和文献[15]算法复杂度相当, 但均高于传统算法。对于文献[17]算法而言, 其平均时间复杂度为 $O(T \ln T)$, 其中 T 为该算法中的参数且 $T < K$ 。但是, 文献[17]算法中的排序、数值比较、随机选取的操作次数均远大于本文算法和文献[15]算法, 因此, 其总体复杂度相对较高。

3 改进 LT 编码算法的分析与设计

3.1 改进算法的收敛性分析

改进算法改变了信息节点的选取方式, 但是并不希望过多地增加 LT 码的译码复杂度, 因此, 本节对改进 LT 码的收敛性进行分析, 并引入参数增益损失比作为算法的约束条件。

LT 码在 AWGN 信道中采用置信传播 (BP, belief propagation) 算法进行迭代译码, 分析 LT 码译码收敛性常用的工具为外信息传递 (EXIT, extrinsic information transfer) 图法。参考文献[21], 定义单调递增函数 $J(\theta)$ 为

$$J(\theta) = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\left(\xi - \frac{\theta^2}{2}\right)^2}{2\theta^2}} \text{lb}(1 + e^{-\xi}) d\xi \quad (6)$$

$J(\theta)$ 具有唯一的反函数 $\theta = J^{-1}(I)$ 。关于 $J(\cdot)$ 和 $J^{-1}(\cdot)$, 文献[22]给出了一种近似的计算方法。为便于分析, 将 LT 码的译码器分为校验节点译码器 (CND, check node decoder) 和信息节点译码器 (IND, information node decoder)。在 BIAWGN 信道下, LT 码 CND 的 EXIT 计算式为

$$I_{E,C} = 1 - \sum_{j=1}^{d_c} \rho_j J\left(\sqrt{(j-1)\sigma_C^2 + \sigma_{\text{ch}}^2}\right) \quad (7)$$

其中, $\sigma_C^2 = [J^{-1}(1 - I_{A,C})]^2$, $I_{A,C}$ 是校验节点的输

入先验信息; $\sigma_{ch}^2 = \left[J^{-1} \left(1 - J \left(\sqrt{4 / \sigma_n^2} \right) \right) \right]^2$, σ_n^2 是加性白高斯噪声的方差; $I_{E,C}$ 是校验节点的输出外信息。

LT 码 IND 的 EXIT 计算式为

$$I_{E,I} = \sum_{i=1}^{d_v} \lambda_i J \left(\sqrt{(i-1) \sigma_I^2} \right) \quad (8)$$

其中, $\sigma_I = J^{-1}(I_{A,I})$, $I_{A,I}$ 是信息节点的输入先验信息。

本文改进算法会改变信息节点的度分布, 但不改变校验度分布。因此, 令改进算法的 IND 的 EXIT 计算式为

$$I_{E,I(S)} = \sum_{i=1}^{d_{v(S)}} \lambda_{i(S)} J \left(\sqrt{(i-1) \sigma_I^2} \right) \quad (9)$$

其中, $\lambda_{i(S)}$ 是改进算法的信息节点边的度数分布, $d_{v(S)}$ 是改进算法可达到的最大信息节点度数值。

改进算法的 CND 的 EXIT 计算式仍如式(7)所示。需要说明的是, EXIT 图法常用来寻找固定码率时能够成功译码的临界信噪比, 或者是固定信噪比时能够成功译码的临界码率值。但是, 对于改进的 LT 码, 更需要关注的是收敛性的损失或增益情况, 即 IND 的输入先验信息相同时, 改进算法和传统算法的输出外信息的大小对比情况。此处定义 LT 码瞬时码率的倒数为 R^{-1} , 改进算法在第 1 阶段产生的校验节点个数与信息个数之比为 R_p^{-1} , 第 2 阶段校验节点个数与信息节点个数之比为 R_s^{-1} , 且满足

$$R_p^{-1} + R_s^{-1} = R^{-1} \quad (10)$$

为了更直观地观察, 在不同窗口长度下进行了仿真。仿真参数为 $R^{-1} = 2$, $R_p^{-1} = R_s^{-1} = 1$, 采用校验度分布为 $\Omega(x)$, $E_b/N_0 = 4$ dB。结果如图 3 所示。

在图 3 中, 为了便于观察 LT 码的迭代收敛路径, 本文参考文献[15], 将信息节点的输入先验信息和输出外信息分别置于 x 轴和 y 轴; 将校验节点的输出外信息和输入先验信息分别置于 x 轴和 y 轴。

进一步地, 定义 CND 曲线和 IND 曲线之间的空隙为“译码收敛区”。理论上, 如果 2 条曲线没有交点, 那么当码长 K 足够长时, 译码器总可以经过有限次迭代成功恢复出源信息, 图 3 中的阶梯即为迭代轨迹。此外, 从图 3 可以看出, 仿真结果与分析结论吻

合, 即改进算法的 CND 曲线与传统算法的 CND 曲线会重合, 而两者的 IND 曲线则存在一个或多个交点。这说明在不同的先验信息 $I_{A,I}$ 条件下, 改进算法和传统算法的输出外信息差值正负不定, 可以直观地理解为译码收敛区在不同位置会出现拓宽和压缩的情况。

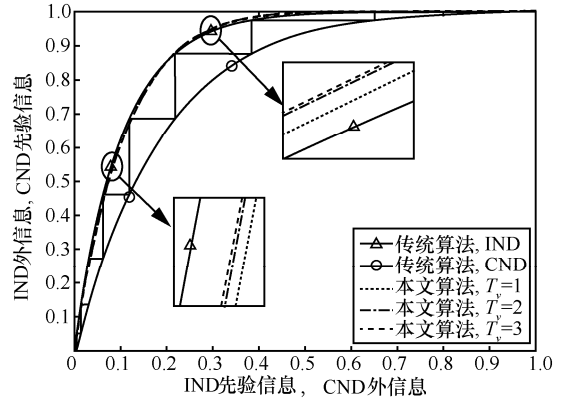


图 3 改进算法和传统算法的收敛性对比

若改进 IND 曲线位于下方, 表明改进算法损失了一定量的外信息, 译码收敛区被压缩; 若改进 IND 曲线位于上方, 表明改进算法获得了额外的外信息增益, 译码收敛区被拓宽。当信噪比较低或者码率值较小时, 压缩现象会更明显, 严重时会导致算法无法成功收敛。因此, 为了确保译码成功, 应合理设计节点窗口长度以确保 1) 译码收敛区是打开的; 2) IND 曲线的增益最大、损失最小。

3.2 算法参数的约束条件

算法 2 引入了额外的参数 N_p 和 T_v , 为了获得最优的参数组合, 本节将分析该组参数对改进算法性能的影响, 并给出参数应满足的约束条件。

依据 3.1 节的结论, 考虑引入参数外信息增益损失比 (GLR, gain loss ratio) 对算法参数进行设计。令传统算法和改进算法的 IND 曲线交点为 (x, y) , 结合式(8)和式(9), 可得 IND 的外信息损失量为

$$L_{E,I} = \int_0^x I_{E,I} d(I_{A,I}) - \int_0^x I_{E,I(S)} d(I_{A,I}) \quad (11)$$

则 IND 的外信息增益量为

$$G_{E,I} = \int_x^1 I_{E,I(S)} d(I_{A,I}) - \int_x^1 I_{E,I} d(I_{A,I}) \quad (12)$$

在此基础上, 定义 GLR 为

$$GLR = \frac{G_{E,I}}{L_{E,I}} \quad (13)$$

改进算法设计的初衷是使 LT 码达到足够低的误

码平台，但是并不希望过度地压缩译码收敛区，以致出现输出外信息无法收敛至 1 的情况。

现将改进算法的参数设计模型总结如下。给定固定信噪比、码率值 R 以及校验度分布 $\Omega(x)$ 。在区间 $(0, \mu_0]$ 中设置 D 个等间隔 μ 分布的点，满足 $\mu_{D-1} < \mu_{D-2} < \dots < \mu_1 < \mu_0$ ，其中， $\mu_0 = \text{floor}(R^{-1})$ ， floor 函数表示向下取整函数，并记间隔 μ 为第 1 阶段编码步长。给定初始节点窗口探测范围为 $[1, \alpha]$ 。需要说明的是，待设计参数为算法 2 中的 N_p 和 T_v ，但为了便于表述，将 N_p 转化为 R_p^{-1} 进行设计，这两者是等同的。现希望输出的是最优的参数组合 $(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})})$ ，故引入参数的第 1 个约束条件如下。

约束条件 1 最优参数组合应具有最大的 GLR 值。记为

$$\begin{cases} \forall R_p^{-1} = \mu_{D-1}, \dots, \mu_0 : \\ \quad \text{GLR}(R_p^{-1}, T_{v(\text{opt})}) \leq \text{GLR}(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})}) \\ \forall T_v = 1, \dots, \alpha : \\ \quad \text{GLR}(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_v) \leq \text{GLR}(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})}) \end{cases}$$

表 2 给出了不同参数组合下的 GLR 计算结果，其中，校验度分布为 $\Omega(x)$ ， $R^{-1} = 2$ 。

表 2 改进算法在不同参数下的增益损失比

R_p^{-1}	$T_v = 1$	$T_v = 2$	$T_v = 3$	$T_v = 4$	$T_v = 5$	$T_v = 6$
0.2	0.382 0	0.618 2	0.766 1	0.849 7	0.873 4	0.889 1
0.4	0.382 6	0.610 4	0.762 2	0.842 6	0.863 1	0.881 5
0.6	0.387 8	0.606 9	0.760 8	0.832 9	0.858 2	0.879 9
0.8	0.392 3	0.603 1	0.752 1	0.824 7	0.851 4	0.876 9
1.0	0.405 8	0.602 4	0.733 4	0.815 8	0.848 6	0.874 2
1.2	0.419 2	0.602 0	0.720 1	0.804 9	0.847 1	0.864 8
1.4	0.434 9	0.601 8	0.711 8	0.798 3	0.843 5	0.856 2
1.6	0.448 1	0.601 2	0.711 4	0.778 3	0.841 5	0.852 2
1.8	0.448 6	0.585 4	0.674 4	0.738 9	0.827 0	0.848 7

通过表 2 的数据可以得出以下结论。

1) 窗口长度 T_v 的变化会引起 GLR 值的大范围变动，而参数 R_p^{-1} 的变化则对 GLR 值的影响有限。这是因为 T_v 的大小直接决定了小度数值信息节点的消除效果，也影响着信息节点的度分布和 IND 曲线的走向，进而决定了 GLR 值的大小。

2) 当 R_p^{-1} 不变时，改变参数 T_v 并不能使 GLR 值无限制地增大。以 $R_p^{-1} = 0.2$ 为例，初始时 GLR 的值会随着 T_v 的增加有较大幅度的提升；但当 T_v 达到 0.87 附近时，再继续增加 T_v ，GLR 值的增速放缓，这也与 2.3 节中窗口长度不宜过大的结论是一致的。

3) 不同的参数组合能够达到相近的 GLR 值。例如， $R_p^{-1} = 0.2$ 、 $T_v = 4$ 与 $R_p^{-1} = 1.0$ 、 $T_v = 5$ 这 2 组参数对应的 GLR 值近似相等。但是，这并不能说明该 2 组参数的外信息增益总量和损失总量相同，也并不意味着其信息度分布相同。因此，尽管 GLR 在数值上接近，但其 BER 性能却并不一定相似。进一步地，这说明除最大化 GLR 值以外，还需要考虑引入其他的约束条件。

2.2 节指出，直接反映编码结果优劣的是 BER 下界，因此，有必要将 BER 下界也作为改进算法参数的约束条件之一。此外，考虑到不同的通信场景对 BER 的需求不同，应事先给定预期的 BER 标准，且该标准可按实际情况进行调整，这也体现了本文改进算法的可控制性、可预测性。

现在，给定期望 BER 标准为 P_E ，引入参数的第 2 个约束条件如下。

约束条件 2 最优参数组合的 BER 下界应高于期望 BER。记为

$$\begin{cases} \forall R_p^{-1} = \mu_{D-1}, \dots, \mu_0 : P_e(R_p^{-1}, T_{v(\text{opt})}) \leq P_E \\ \forall T_v = 1, \dots, \alpha : P_e(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_v) \leq P_E \end{cases}$$

其次，综合约束条件 1，参数组合应具有最大 GLR 值，即满足以下 2 点。

1) 对于 $i \in [1, \alpha]$ 且 $i \neq T_{v(\text{opt})}$ ， $j \in (0, \mu_0]$ 且 $j \neq R_{P(\text{opt})}^{-1}$ ，可存在某组参数使 $P_e(i, j) \leq P_E$ ，但其不可满足 $\text{GLR}(i, j) > \text{GLR}(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})})$ 。

2) 对于 $i \in [1, \alpha]$ 且 $i \neq T_{v(\text{opt})}$ ， $j \in (0, \mu_0]$ 且 $j \neq R_{P(\text{opt})}^{-1}$ ，可存在某组参数使增益损失比满足 $\text{GLR}(i, j) > \text{GLR}(R_{P(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})})$ ，但其不可满足 $P_e(i, j) \leq P_E$ 。

对于上述求解模型，需要说明以下几点。1) 计算 BER 下界和 GLR 值时需要获知信息度分布，为此，本文参考文献[11]，采用多次蒙特卡罗仿真的方法，以获取准确的信息度分布。2) 关于步长 μ 的设置。

根据定义, $\mu = \text{floor}(R^{-1})/D$ 。因此可以按照编码需求取值, 如将间隔段数 D 设置为 10。3) 关于节点窗口长度的上限。2.3 节指出, T_v 值不宜过大, 因此, 本文拟采用传统算法的信息节点均值 α 作为上限。事实上, 后续的设计结果也表明, 最优的 T_v 远未达到均值 α 。

3.3 最优参数的设计方法

3.2 节给出了参数设计的约束条件, 即在所有满足 BER 标准的组合中, 寻找 GLR 值最大的一组作为最优。但是, 这样的约束条件设计的结果可能存在 2 个趋向性: 易于向较大 T_v 值处靠拢、易于向较小 R_p^{-1} 值处靠拢。这是因为 GLR 值的变化存在一定的规律性, 会随着 T_v 的增大而增大、随着 R_p^{-1} 的减小而增大, 这点从表 2 中容易看出。

但是, 在实际应用中, 并不希望 T_v 值过大和 R_p^{-1} 值过小, 主要有以下 2 点原因。

1) T_v 值越大, 小度数值信息节点的消除效果越差。这是因为节点窗口长度越大, 包含的不同度数信息节点越多, 而校验节点则是等概率地选取, 因此, 这就等效于降低了小度数值信息节点被选中的概率。换言之, 当 T_v 值更小时, 改进算法能够更准确、更高效地消除小度数值信息节点。为了更直观地展示, 图 4 给出了不同度数信息节点随校验节点个数的变化情况。仿真参数为 $R_p^{-1} = 0.2$, $R^{-1} = 2$, 校验度分

布为 $\Omega(x)$ 。

从图 4 可以看出, ① T_v 值越小, 消除效率越高。例如, 当 $T_v = 1$ 时, 每类信息节点的分布图均比较陡峭; 当 $T_v = 6$ 时, 信息节点的分布图则比较平缓, 且拖尾很长。这说明, T_v 值较小, 则消除速度越快。② T_v 值越小, 消除效果越好。例如, 当生成相同数目的校验节点时, $T_v = 1$ 中已经几乎不存在度数为 8 的信息节点了; 而 $T_v = 6$ 中尚有剩余。

2) R_p^{-1} 值越小, 编码复杂度更高。相比于传统算法, 改进算法的最大区别在于第 2 阶段。该阶段中的每个校验节点生成之前, 都额外添加了对信息节点的排序操作和分类操作。而 R_p^{-1} 值越小, 需要进行这 2 类操作的次数越多, 相当于增加了编码的复杂度。这会增加发送端的处理时间和接收端的等待时间, 不利于实时通信, 特别是对于低时延通信场景而言更是如此。

基于上述 2 条原因, 设计结果实际上应向较小 T_v 值、较大 R_p^{-1} 值处靠拢。因此, 考虑更改 3.2 节中的参数设计约束条件, 不再以最大 GLR 值作为筛选条件, 而是以最大 GLR 值为中心, 划定可选 GLR 范围, 并寻找在此范围内的最小 T_v 值、最大 R_p^{-1} 值的组合作为最优组合。为此, 引入 GLR 半径系数 $\gamma (0 < \gamma \leq 1)$, 并设计参数的第 3 个约束条件如下。

约束条件 3 以最大 GLR 值为中心、 γGLR_{\max}

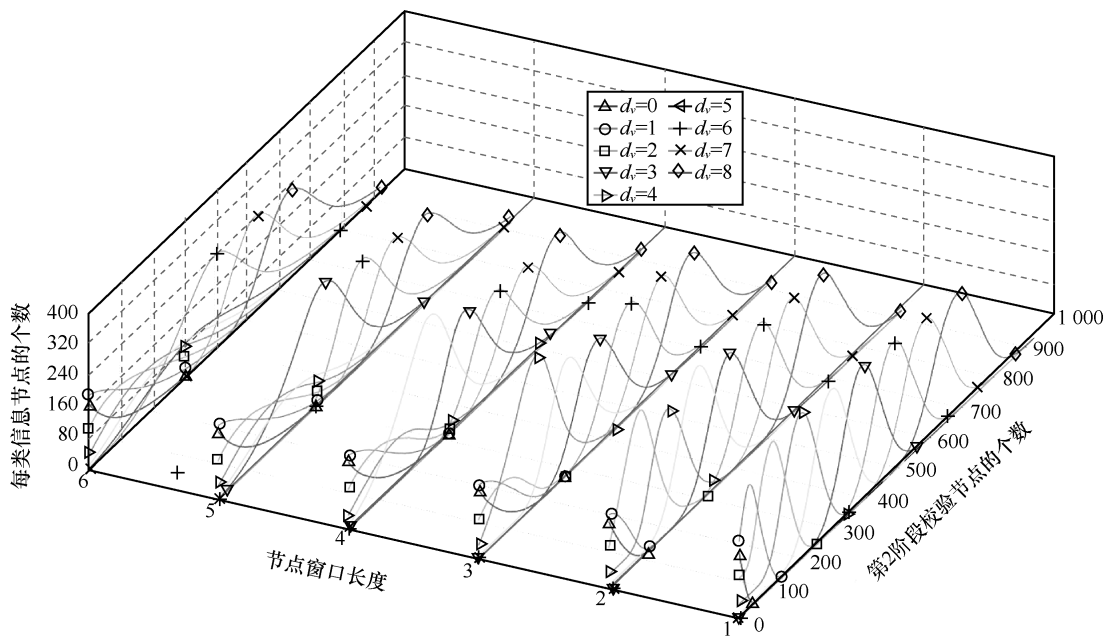


图 4 不同种类信息节点随校验节点个数的变化情况

为半径的范围中,最优参数组合的 T_v 应最小、 R_p^{-1} 应最大。

综上所述,将基于 3 个约束条件的算法参数设计模型改写为算法 3。按照算法 3,给出了一组设计结果示例,如表 3 所示。初始条件为采用的校验度分布为 $\Omega(x)$,期望 BER 为 $P_E = 10^{-9}$,步长 $\mu = 0.2$,半径系数 $\gamma = 0.85$ 。

表 3 由算法 3 求解出的最优参数组合

信噪比/dB	码率倒数	最优组合 (R_p^{-1}, T_v)
2	1.8	—
	1.9	—
	2.0	(1.2,1)
	2.1	(1.2,2)
	2.2	(1.4,2)
3	1.8	(1.0,2)
	1.9	(1.2,2)
	2.0	(1.0,3)
	2.1	(1.2,3)
	2.2	(1.2,4)
4	1.8	(0.8,3)
	1.9	(1.4,3)
	2.0	(1.0,4)
	2.1	(1.2,4)
	2.2	(1.2,4)
5	1.8	(1.0,3)
	1.9	(0.8,4)
	2.0	(1.0,4)
	2.1	(1.2,5)
	2.2	(1.4,5)

算法 3 求解最优参数的算法

输入 期望 BER 标准 P_E , 步长 μ , 窗口长度初始范围 $[1, \alpha]$, 半径系数 γ 。初始化 $m = 1$

输出 最优的组合参数 $(R_{p(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})})$

- 1) 计算第 m 个节点窗口长度下, D 个不同 R_p^{-1} 值对应的 BER 下界, 记为向量 \mathbf{P}_m 。
- 2) 筛选出向量 \mathbf{P}_m 中所有小于 P_E 的值, 记录其对应的参数组合。计算这些参数组合对应的增益损失比, 记为向量 \mathbf{GLR}_m 。
- 3) 若 $m < \alpha$, 令 $m = m + 1$ 。重复步骤 1) 和步骤 2), 并记录。若 $m = \alpha$, 则进行步骤 4)。

4) 从记录的向量 $\mathbf{GLR}_1, \dots, \mathbf{GLR}_m$ 中, 寻找出最大的 GLR 值, 记为 GLR_{\max} 。在上述向量中, 寻找所有 GLR 值大于 γGLR_{\max} 的参数组合, 并记录。

5) 从 4) 得到的所有组合中, 以 T_v 值优先的原则, 筛选出 T_v 值最小、 R_p^{-1} 最大的组合。输出该组合为 $(R_{p(\text{opt})}^{-1}, T_{v(\text{opt})})$ 。

需要说明的是, 表 3 的结果只对所设置的初始条件来说是最优的。而初始条件可以根据不同的通信需求进行调整。例如, 若需要更低的 BER, 则可以将 P_E 的值调得更低一些; 若需要更精细的分布, 则可以将 R_p^{-1} 的值调得更低一些; 若对收敛性要求更高, 则可将 γ 调高一些; 若希望编码效率更高、复杂度更低, 则可将 γ 调得更小一些。总之, 算法 3 是综合考虑了 BER 性能、收敛性、小度数信息节点消除效率、编码复杂度等因素在内的设计方法。因此, 设计结果是一种折中选择, 可能不一定具有最低的 BER 下界, 但具备较稳定、较全面的 BER 性能。

4 仿真分析

本节对本文的改进 LT 编码算法进行仿真分析, 并与其他几种算法进行性能对比。为便于对照, 记文献[3]算法为传统算法, 文献[15]算法为等度数 (ED, equal degree) 算法, 文献[17]算法为选择连接 (CC, connection choice) 算法。仿真条件为发送端采用 BPSK 调制方式, 采用校验度分布 $\Omega(x)$, 码长 $K=2\ 048$; 接收端采用 BP 迭代译码算法, 最大迭代次数设置为 50 次。所有的结果均通过 500 000 次蒙特卡罗仿真得到。

4.1 不同参数组合时的 BER 性能

图 5 给出了采用不同节点窗口长度时, BER 性能随着 R_p^{-1} 值的变化情况。图 6 给出了采用不同 R_p^{-1} 值时, BER 性能随着节点窗口长度的变化情况。从图 5 和图 6 中可以得出以下结论。

1) 图 5 中, 固定 T_v 不变, BER 随着 R_p^{-1} 的减小而减小。这是因为, R_p^{-1} 值越小, 意味着节点分类窗口能够及早地发挥作用, 即在初始时就利用校验节点去主动地连接至小度数值的的信息节点; 此外, R_p^{-1} 值越小, 则第 2 阶段的校验节点越多, 也就是能够发挥降低误码平台作用的校验节点越多, 从而达到更低的 BER 下界。

2) 图 6 中, 当 R_p^{-1} 值不变时, BER 随着 T_v 的减

小而减小。这与之前的理论分析相一致，即 T_v 值越小，则节点窗口内的小度数值信息节点分布越集中，校验节点的连接效率越高，BER 下界自然更低。

3) 改变算法参数产生的 BER 性能变化是可控的。例如图 6 中，当 $R_p^{-1}=1.8$ 时， T_v 为 1 时可达最低 BER，约为 8×10^{-5} ，而 T_v 为 5 时则达到最高 BER，约为 7×10^{-5} ，相差不大。如图 5 所示，无论 T_v 是何值， $R_p^{-1}=0.2$ 时均可达到最低 BER， $R_p^{-1}=1.8$ 时达到最高 BER，但两者均保持在相同的数量级范围内。因此，这验证了 3.3 节得出的结论：① 可牺牲部分收敛性，以使参数组合向较小 T_v 值处靠拢；② 在对 BER 性能要求不高时，可以较大 R_p^{-1} 值获取低编码复杂度。

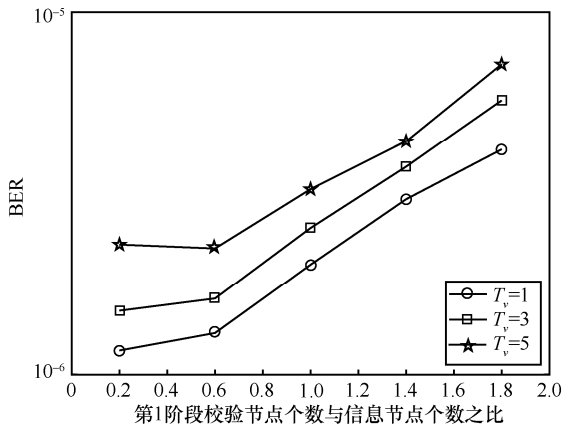


图 5 不同节点窗口长度时的 BER 性能

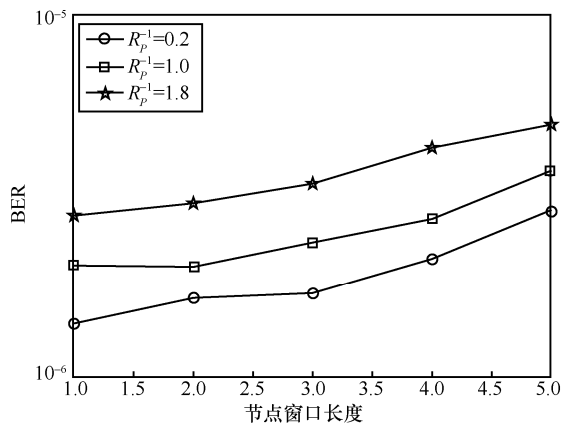


图 6 不同 R_p^{-1} 值时的 BER 性能

4.2 不同信噪比时的 BER 性能

图 7 和图 8 给出了不同 R_p^{-1} 值时，BER 性能随信噪比的变化情况，其中 $R^{-1}=2$ 。从图 7 和图 8 中可以得出以下结论。

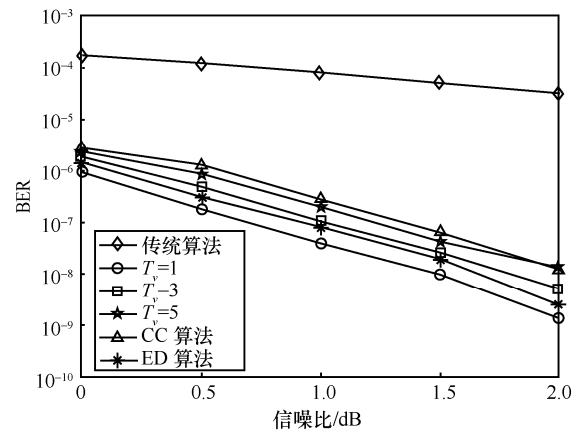


图 7 $R_p^{-1}=0.2$ 时，不同信噪比下的 BER 性能

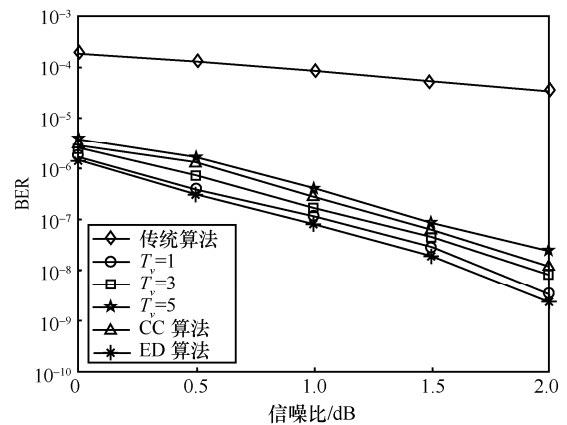


图 8 $R_p^{-1}=1.6$ 时，不同信噪比下的 BER 性能

1) 改进算法能够实现优于传统算法的 BER 性能，达到了预期的设计目的。例如，当 $E_b/N_0 = 2$ dB 时，改进算法可将误码平台降低近 4 个数量级。此外，当 $E_b/N_0 = 0$ dB 时，改进算法的 BER 小于 10^{-5} ，已经低于传统算法在 E_b/N_0 为 2 dB 时的 BER。由此，可认为改进算法至少能够获得 2 dB 的编码增益，这验证了算法的正确性。

2) 通过优化参数组合，改进算法能够实现优于 CC 算法和 ED 算法的性能。例如，图 7 中，当 R_p^{-1} 为 0.2、 T_v 为 5 时，改进算法的 BER 性能并不优于 ED 算法。但是，将 T_v 调整至 1 后，便具有了低于 CC 算法和 ED 算法的 BER 下界。若以 10^{-8} 为衡量标准，相比 CC 算法和 ED 算法，改进算法可获得近 0.5 dB、0.2 dB 的编码增益，这也体现了本文算法的优势。

3) 通过调整参数组合，能够调控改进算法的 BER 下界。改进算法引入了可供调控的参数 T_v 和 R_p^{-1} ，因而具备较强的精准性，且能够降低编码复

杂度，这点要优于 CC 算法和 ED 算法。但是，需要说明的是，仿真结果显示，无论采用何种参数组合，改进算法的 BER 性能与理论 BER 下界值始终存在一定的差距。例如，当 $R_p^{-1}=0.2$ 、 T_v 为 1 时，3 dB 处的理论 BER 下界值为 1.91×10^{-10} ，但实际上改进算法的 BER 只达到了 4.88×10^{-9} 。不过，这是受限于编码长度的结果，而不是算法的缺陷。理论 BER 值是基于无限长码长的计算结果，但受限于编译码复杂度，仿真验证时只能采用中短码长。因此，不仅是改进算法，CC 算法和 ED 算法也面临着相同的问题，这实际上是不可避免的折中。总之，仿真结果已经验证了算法的有效性和正确性，这也达到了预期目的。

4.3 不同码率值时的 BER 性能

图 9 和图 10 给出了不同 R_p^{-1} 值时，BER 性能随着码率值的变化情况，其中 $E_b/N_0 = 1$ dB。为便于观察，将横坐标置为码率值的倒数 R^{-1} 。从图 9 和图 10 中可以得出以下结论。

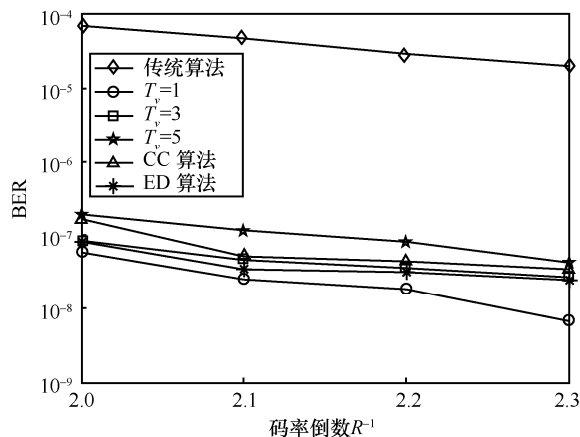


图 9 $R_p^{-1} = 0.2$ 时，不同码率值下的 BER 性能

1) 当固定信噪比不变时，改进算法依然能够显著地降低误码平台。例如，当 $R^{-1} = 2$ 时，改进算法远大于传统算法的下界，因此，至少可节省 30% 的编码开销。

2) 改进算法的 BER 性能要优于 ED 算法和 CC 算法。例如，当 $R_p^{-1} = 0.2$ 、 $T_v = 1$ 时，改进算法的 BER 均低于上述 2 种算法。此外，尽管改进算法在 $R_p^{-1} = 1.6$ 时的 BER 性能有所降低，但仍具有更低的误码平台。若以 ED 算法的最低 BER 值为参照，改进算法最多可节省近 20% 的编码开销，这也体现了改进算法的优势。

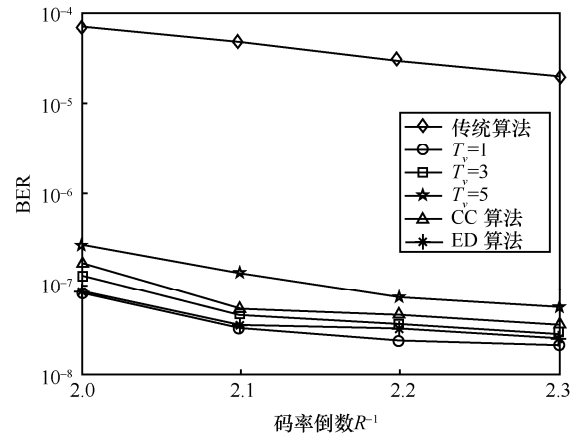


图 10 $R_p^{-1} = 1.6$ 时，不同码率值下的 BER 性能

5 结束语

针对 LT 码在 AWGN 信道中存在的严重误码平台问题，本文设计了基于定长节点分类窗口的改进编码算法。为了寻找合理的算法参数组合，以 BER 性能、收敛性、算法效率等为约束条件建立了参数设计模型。首先，设置参数探测范围，以理论 BER 下界值为约束条件 1，筛选出所有可达标准的参数组合。然后，引入了外信息增益损失比为约束条件 2，寻找使 GLR 值最大的参数组合，并以此为中心，将半径范围 γ 内的所有参数组合作为待选。最后，以算法效率和编码复杂度为约束条件 3，使设计结果优先向较小节点窗口长度、较大编码开销值处靠拢，进而得出最优参数组合。仿真结果表明，与传统 LT 码相比，改进算法最高可将误码平台降低 3 个数量级；此外，改进算法也能够实现优于对比算法 LT 码的 BER 性能。

参考文献：

- [1] BYERS J W, LUBY M, MITZENMACHER M. A digital fountain approach to asynchronous reliable multicast[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2002, 20(8): 1528-1540.
- [2] HUANG J X, FEI Z S, CAO C Z, et al. Reliable broadcast based on online fountain codes[J]. IEEE Communications Letters, 2021, 25(2): 369-373.
- [3] LUBY M. LT codes[C]//Proceedings of 43rd Annual IEEE Symposium on Foundations of Computer Science. Piscataway: IEEE Press, 2002: 271-280.
- [4] ZHANG Z Y, ZHANG H Z, DAI H Y, et al. Fountain-coded file spreading over mobile networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(10): 6766-6778.
- [5] ABBAS W B, CASARI P, ZORZI M. Controlled flooding of fountain codes[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2017, 16(7): 4698-4710.

- [6] 王丽娟, 杜秀娟, 李冲. 面向水声网络可靠传输的 FDR 编解码算法[J]. 通信学报, 2020, 41(4): 81-91.
WANG L J, DU X J, LI C. FDR coding and decoding algorithm for reliable transmission in underwater acoustic network[J]. Journal on Communications, 2020, 41(4): 81-91.
- [7] 敖珺, 谈新园, 马春波, 等. 基于 Raptor10 码的自由空间光通信系统设计[J]. 红外与激光工程, 2019, 48(9): 173-178.
AO J, TAN X Y, MA C B, et al. Design of free space optical communication system based on Raptor10 code[J]. Infrared and Laser Engineering, 2019, 48(9): 173-178.
- [8] SHANG J, XU W J, LEE C H, et al. REF codes: intermediate performance oriented fountain codes with feedback[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(11): 13148-13164.
- [9] ZHANG K, JIAO J, HUANG Z X, et al. Finite block-length analog fountain codes for ultra-reliable low latency communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68(3): 1391-1404.
- [10] PALANKI R, YEDIDIA J S. Rateless codes on noisy channels[C]//Proceedings of International Symposium on Information Theory. Piscataway: IEEE Press, 2004: 37.
- [11] ETESAMI O, SHOKROLLAHI A. Raptor codes on binary memoryless symmetric channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(5): 2033-2051.
- [12] SHIRVANIMOGHADDAM M, JOHNSON S. Raptor codes in the low SNR regime[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(11): 4449-4460.
- [13] KUO S H, GUAN Y L, LEE S K, et al. A design of physical-layer raptor codes for wide SNR ranges[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(3): 491-494.
- [14] XU S K, XU D Z. Optimization design and asymptotic analysis of systematic luby transform codes over BIAWGN channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(8): 3160-3168.
- [15] HUSSAIN I, XIAO M, RASMUSSEN L K. Error floor analysis of LT codes over the additive white Gaussian noise channel[C]//Proceedings of 2011 IEEE Global Telecommunications Conference - GLOBECOM 2011. Piscataway: IEEE Press, 2011: 1-5.
- [16] HUSSAIN I, XIAO M, RASMUSSEN L K. Design of LT codes with equal and unequal erasure protection over binary erasure channels[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(2): 261-264.
- [17] CHEN C M, CHEN Y P. Connection choice codes[J]. IEICE Transactions on Communications, 2014, 97(7): 1350-1357.
- [18] CHANG L J, WANG C H, ZAO J K. An error-floor reduction technique for short-length LT codes[C]//Proceedings of 2014 International Symposium on Information Theory and its Applications. Piscataway: IEEE Press, 2014: 279-283.
- [19] KHAREL A, CAO L. Improved fountain codes for BI-AWGN channels[C]//Proceedings of 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [20] ZHANG W Z, HRANILOVIC S, SHI C. Soft-switching hybrid FSO/RF links using short-length raptor codes: design and implementation[J].

IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2009, 27(9): 1698-1708.

- [21] BRINK S T. Convergence behavior of iteratively decoded parallel concatenated codes[J]. IEEE Transactions on Communications, 2001, 49(10): 1727-1737.

- [22] BRINK S T, KRAMER G, ASHIKHMIN A. Design of low-density parity-check codes for modulation and detection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2004, 52(4): 670-678.

[作者简介]



宋鑫 (1995-), 男, 山西临汾人, 航天工程大学博士生, 主要研究方向为信道编码、信道均衡、稀疏码分多址技术等。



程乃平 (1962-), 男, 陕西扶风人, 博士, 航天工程大学研究员, 主要研究方向为卫星信号处理、正交频分复用技术、信道编码等。



倪淑燕 (1981-), 女, 河北清河人, 博士, 航天工程大学副教授, 主要研究方向为阵列信号处理、正交频分复用技术等。



廖育荣 (1972-), 男, 四川德阳人, 博士, 航天工程大学研究员, 主要研究方向为航天测控技术、卫星信号处理技术等。

雷拓峰 (1998-), 男, 陕西西安人, 航天工程大学博士生, 主要研究方向为正交频分复用技术、稀疏码分多址技术、信道编码等。